

IOANA MONALISA MANEA

Culegere de probleme de matematică pentru clasa a 7-a

Ediția XXVI
respectă programa școlară de matematică
aprobată prin OMEN 3393/2017

EDITURA ED. AS. UNICUM
BUCUREȘTI

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială	6
1.1. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Z}$	6
1.2. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Q}$	8
1.3. Recapitulare geometrie	10
1.4. Teste de evaluare inițială	11
2. Mulțimea numerelor reale	14
2.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect	14
2.2. Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	15
2.3. Numere iraționale; mulțimea numerelor reale; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$; reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări	17
2.4. Modulul, compararea și ordonarea numerelor reale	19
Teste de evaluare	22
2.5. Scoaterea factorilor de sub radical și introducerea factorilor sub radical	22
2.6. Adunarea și scăderea numerelor reale	24
2.7. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale; puteri cu exponent număr întreg	26
2.8. Raționalizarea numitorului de forma $a\sqrt{b}$	28
2.9. Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$	31
2.10. Media geometrică a două numere reale pozitive	32
Teste de evaluare	34
2.11. Ecuația de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{R}$	35
Teste de evaluare	36
3. Ecuații și sisteme de ecuații liniare	37
3.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă; identități	37
3.2. Ecuații de forma $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$; mulțimea soluțiilor unei ecuații; ecuații echivalente	38
3.3. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute; rezolvarea prin metoda substituției și/sau metoda reducerii	40
3.4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau a sistemelor de ecuații liniare	42
Teste de evaluare	46
4. Elemente de organizare a datelor	47
4.1. Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan	47
4.2. Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor	48

5. Patrulaterul	50
5.1. Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	50
5.2. Paralelogramul; proprietăți	51
5.3. Linia mijlocie în triunghi; centrul de greutate al unui triunghi	53
5.4. Dreptunghiul; proprietăți	54
5.5. Rombul; proprietăți	55
5.6. Pătratul; proprietăți	57
Teste de evaluare	58
5.7. Trapezul, clasificare, proprietăți; trapezul isoscel, proprietăți	59
5.8. Linia mijlocie în trapez	60
5.9. Perimetre și arii: triunghi, paralelogram, dreptunghi, romb, pătrat, trapez	61
Teste de evaluare	65
6. Cercul	67
6.1. Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți	67
6.2. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc	69
6.3. Poligoane regulate înscrise într-un cerc; construcție; măsuri de unghiuri	70
6.4. Lungimea cercului și aria discului	71
Teste de evaluare	73
7. Asemănarea triunghiurilor	74
7.1. Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date	74
7.2. Teorema lui Thales; reciproca teoremei lui Thales	74
7.3. Triunghiuri asemenea; teorema fundamentală a asemănării, raportul ariilor a două triunghiuri asemenea; aplicații practice	77
7.4. Criterii de asemănare a triunghiurilor; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea	80
Teste de evaluare	83
8. Relații metrice în triunghiul dreptunghic	85
8.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii	85
8.2. Teorema catetei	86
8.3. Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora	87
8.4. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit	90
Teste de evaluare	93
8.5. Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice	93
Teste de evaluare	95
8.6. Calculul elementelor în poligoane regulate	96
Teste de evaluare	98
9. Modele de lucrări semestriale	99
10. Fișe pentru portofoliu	111
11. Soluții	119

1. Recapitulare. Teste de evaluare inițială

1.1. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Z}$

✱

1. Să se ordoneze crescător numerele:

a) $-4; |-2|; 1; |-5|; 0,3; -6; -|-7|$ b) $-3+5; |-4-1|; -10+7; |0|; -2^2$

2. Să se calculeze:

a) $-4+5-2=$ b) $(-8)+(6)-(-3)=$ c) $12-8-7-(-3)=$
d) $-5-(-4)+3-10=$ e) $3+(-8)-6-(-7)=$ f) $6-|2-4|-|5+(-3)|=$
g) $||-2|-6|-|-4|+5|-(-2)=$ h) $|5-|-3||^0 : |-2|^2 - 7^0 =$

3. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$:

a) $x-14=-30$ b) $x+15=-6$ c) $4-x=8$ d) $5-x=-20$ e) $10+x=-21$
f) $-15-x=2$ g) $4x=-16$ h) $-2x=30$ i) $-5x=-25$ j) $x:2=-8$
k) $x:(-3)=-4$ l) $x:(-8)=4$ m) $12:x=-3$ n) $-36:x=2$ o) $-39:x=-3$
p) $3x+5=-16$ q) $4-5x=-11$ r) $8x-3=-19$

4. Să se precizeze care din următoarele numere sunt din $\mathbb{Z}$, care din $\mathbb{N}$ și care din $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$:

$-9; 0; |-3|; |+4|; -|2|; -|-7|; 3-8; (-2)^1; (-2)^2; (-2)^3; -(-6); -(+6); \frac{8}{4}; \frac{-30}{6}; \frac{-42}{-6};$
 $\frac{4-12}{-4}; \frac{9-3}{6}; \frac{1}{2}; \frac{14}{2}; 1,5 \cdot 2; (-3) \cdot (-4).$

✱✱

5. Să se calculeze:

a) $-5-[3-8-(4-5)]=$ b) $3-(8-9)+(16-21)=$ c) $-5-(-31+16)-(7-9)=$
d) $4+(38-40)-(8-4)=$ e) $-3-[-4+(5-13)]=$ f) $[(-2) \cdot 7 + 5 \cdot (-5)] : (-13) =$
g) $-5 \cdot (7-8) + 3 \cdot (5 \cdot 8 - 7^2) =$ h) $(3-12) : (-3) + (5-15) : 5 =$ i) $8 \cdot (-3) : (-2) + 5 \cdot (-2) =$

6. Calculați:

a) $(-2) \cdot 3 + 4 \cdot (-1) - (-8) =$ b) $(-6) : (-2) - 7 =$ c) $4 - (-8) : 2 =$
d) $[2 - (-6)] : (-2) =$ e) $[(-10) : 5 - 3 \cdot (-1)] \cdot (-6) =$ f) $-4 \cdot (-3) : (-6) \cdot 2^3 : (-2)^2 =$
g) $[2^3 \cdot (4-5) + |-3^2+5|] : [7 - (-3)^2] =$ h) $[8 : (-4) + |-16+2|] : (-2)^2 + (-5)^0 =$
i) $[(4-6)^3 + (-2) \cdot (-5)] \cdot |-2^2+3| =$ j) $[(25-5) : (-2)^2 - 14 : (-2)] \cdot 2^2 \cdot (-5) =$

7. Să se compare numerele:

a) -3 cu -5 b) 2 cu -8 c) $(-3)^2$ cu -2 d) $(-2)^3 \cdot 4$ cu $(-3)^{10} \cdot 9^8 : (-27)^7$
e) $-6 : (-2)^5 \cdot 81^4$ cu $[(+2)^5 \cdot (-2)^{16} : (2^7)^2]^4$ f) $-18^{15} : (-36)^7 : |4-10|$ cu $27^2 \cdot (-3)^9$

8. Să se scrie numerele de mai jos ca puteri cu bazele sau exponenții indicați:

a) 8 cu baza 2 b) 16 cu baza (-2) c) 81 cu exponentul 4
d) 10000 cu exponentul 2 e) -125 cu baza (-5)

9. Să se precizeze care din următoarele numere este din mulțimea $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ și care din $\mathbb{N}$:

$a = [42 : (-6) + 4 \cdot (-5)] : (-3)$ $b = (-4)^3 : 8 + (-3)^2$
 $c = [(-5)^2 + 2 - (-2)^5] : (-1)^3$ $d = [(-2)^6 : (-2)^3 - (-3)^0] : 3$

10. Să se compare: a) $a = -3 \cdot (-8) - (-5)^2$ cu $b = -|7-8|$;
 b) $a = (-6)^3 : (-2) : 9 - (-3)^2$ cu $b = (-4)^2 \cdot (-1) - 5 \cdot (-3)$;
 c) $a = [7 \cdot (-8) - 9 \cdot (-6)]^3$ cu $b = [(-12)^2 : 4 : (-9) + 1]^2$.

11. Să se calculeze media aritmetică pentru numerele:

- a) $a = -3 \cdot (-6) - (-4)^2 - 5$ și $b = (-3)^2 - (-4)^2$
 b) $a = 2 - (-4 + 8)$, $b = -5 - (3 - 5)$ și $c = (-2)^3 - (4 - 7)$
 c) $a = 8^2 - (-7)^2$, $b = (-6)^2 - 7^2$ și $c = (-4)^2 - (-2)^2$

12. Calculați (discuție după $n \in \mathbb{N}$): a) $(-1)^{327} + (-1)^{504} - (-1)^{1003} =$
 b) $(-1)^n + 3(-1)^{n+1} - 4 \cdot (-1)^{n+2} =$ c) $5(-1)^n + 4 \cdot (-1)^{2n+1} - (-1)^{2n} =$

13. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$: a) $x + 18 = 0$ b) $x - 31 = -29$ c) $2x + 3 = 3x$
 d) $4(x + 1) - 3(x + 2) = -20$ e) $5 - 2 \cdot [3 - 2 \cdot (x + 3)] = 3$
 f) $3x - 2 \cdot [2x + 4 \cdot (4 + 5x)] = 9$ g) $3 \cdot [5 \cdot (x + 3) - 2 \cdot (4 - x)] + 1 = 22$

14. Să se scrie elementele mulțimilor: $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x < 2\}$, $B = \{y | y \in \mathbb{N}^*, y = 2 + x, x \in A\}$.
 Să se stabilească valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) „ $B \subset A$ ” b) „ $1 \in (A \cap B)$ ” c) „ $-1 \in (B \setminus A)$ ”; d) „ $(A \setminus B) = \{a \in \mathbb{Z} | |a| \leq 3, a \leq 0\}$ ”

15. Rezolvați în $\mathbb{Z}$:

- a) $|x + 13| = 20$ b) $3 - |x| = 18$ c) $4 \cdot |x| - 2 = 10$ d) $|x + 3| + 5 = 0$
 e) $3 \cdot (|x| - 3) + 1 = 0$ f) $3(|2x + 1| - 3) - 2 = 4$ g) $7 \cdot |x| + 3 = |x| + 9$ h) $||3x + 1| - 4| = 0$
 i) $|2 \cdot |x| - 7| = 19$ j) $||x| - 10| = 7$

16. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} | -3 \leq x < 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x + 1| = 2\}$. Să se calculeze: a) $A \cup B$;
 b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$; e) $A \cap D_6$; f) $D_2 \setminus A$; g) $(A \setminus \mathbb{N}) \cup B$; h) $(B \cap \mathbb{N}) \cup (A \cap \mathbb{N})$.

17. Să se afle x și y din: a) $4 \cdot |x + 1| + |3y - 6| = 0$ b) $|3^x - 9| + |4^y - 8^2| = 0$

18. Să se rezolve în $\mathbb{N}$:

- a) $x + 3 \leq 5$ b) $4 + x < 9$ c) $3x < 18$ d) $4x < 21$ e) $14 - x < 7$ f) $4 - x < 6$
 g) $x - 8 \leq 2$ h) $x + 3 \leq 0$ i) $x - 7 \leq 0$ j) $5x \geq 0$ k) $|x| < 8$ l) $|x| \leq 0$

19. Să se rezolve în $\mathbb{Z}$:

- a) $x + 15 < 0$ b) $x - 16 < -3$ c) $8x < 0$ d) $3x < -6$ e) $x + 20 \leq -4$
 f) $2x + 5 < -7$ g) $2x - 1 \leq x + 7$ h) $2(x + 3) + 4 \leq x$ i) $|x| \leq 3$ j) $4 - x \geq 8$
 k) $5 - 2x \leq 7$ l) $3 - |x| \leq 0$ m) $4 + |x| \leq 0$ n) $4 - |x| \geq 0$

20. Să se rezolve inecuațiile pe mulțimile lor de definiție:

- a) $3 + 4x \leq 31, x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ b) $5x - 3 \leq 7, x \in \mathbb{N}$ c) $4(x + 1) - 3 \leq -15, x \in \{-8; -6; -4; -2\}$

21. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 15\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | 18 : x\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} | |x| \leq 30\}$.

Calculați: a) $A \setminus B$ b) $A \cup C$ c) $C \setminus B$ d) $(A \cap B) \setminus C$

22. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 4\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x| > 2\}$. Să se calculeze:

- a) $A \cap B$; b) $A \cap \mathbb{N}$; c) $B \cap \mathbb{N}$; d) $A \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$; e) $B \setminus \mathbb{N}$; f) $A \cup B$; g) $A \setminus B$; h) $(B \setminus A) \cap \mathbb{N}$.

23. Să se determine elementele mulțimilor $A = \{x \in \mathbb{N} | 2^x < 16\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} | |4 - x| \leq 2\}$.

Calculați: a) $A \cap B$; b) $A \cup B$; c) $B \setminus A$; d) $A \setminus B$; e) $B \cap (\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N})$.

24. Determinați elementele mulțimilor: $A = \{x \in \mathbb{N} | -8 < x < 5\}$;

$B = \{x \in \mathbb{Z} | -3 \leq |x| \leq 1\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} | -4 \leq x \leq 0\}$; $D = \{x \in \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N} | |x + 1| \leq 4\}$.

25. Să se determine mulțimile A și B dacă sunt îndeplinite simultan condițiile:

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 2\} \quad A \cap B = \{-2; 1\} \quad B \setminus A = \{2; 0\}$$

26. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 24 \mid x\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 12 \mid x\}$. Să se afle: a) $A \cap B$; b) $B \setminus A$; c) $A \setminus B$.

27. Să se determine mulțimile A și B dacă sunt satisfăcute simultan condițiile:

$$A \cup B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 8\} \quad A \cap \{1; 4; 5\} = \emptyset \quad \{6; 8\} \cap B = \emptyset \quad A \cap B = \{2; 3; 7\}$$

28. Să se afle mulțimile A și B știind că $A \cap B = \{1; 3\}$, $2 \in A$, $B \setminus A = \emptyset$ iar $A \setminus B$ are un element.

29. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ dacă: a) $\{1; 3; x\} = \{a \in \mathbb{N}, a \mid 6\} \setminus \{6\}$

b) $\{a \in \mathbb{N}^* \mid 2(a-3) \leq a-5\} = \{1; 2\} \cap \{x\}$ c) $D_{12} \setminus D_6 = \{-4; 12\} \cup \{x; 4\}$

30. Câte elemente are $A \cup B$ și $A \cap B$ dacă A are 5 elemente, B are 3 elemente iar $B \setminus A$ are un element?

31. Să se rezolve în $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$:

a) $x \cdot y = 5$

b) $2 \cdot x \cdot y = 6$

c) $x \cdot y = -4$

d) $(x+1) \cdot y = 7$

e) $(y-1) \cdot x = -8$

f) $3(x+2) \cdot y = 12$

g) $(x+3)(y-1) = 9$

1.2. Recapitulare algebră: mulțimea $\mathbb{Q}$

*

1. a) Cel mai mic număr întreg de o cifră este ...

b) Dintre 0,(14) și 0,14 mai mare este ...

c) Inversul numărului $-\frac{2}{3}$ este ...

2. a) Calculând 2^{-3} se obține ...

b) Scrieți numărul 1,(3) sub formă de fracție ireductibilă.

c) Calculând $(-2)^3 - 28:4$ se obține ...

3. a) Suma divizorilor naturali ai numărului 8 este egală cu ...

b) Dintre numerele 9^{11} și 2^{33} mai mic este ...

c) Transformând fracția $\frac{14}{3}$ în fracție zecimală se obține ...

4. Completați cu răspunsul corect.

a) $0,24 + 1,2^2 = \dots$ b) $\left(2\frac{1}{2} - 3\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \dots$

c) $0,(3) - 3 - 2 = \dots$ d) Numărul numerelor întregi care se află între $-8,3$ și $-\frac{18}{5}$ este ...

e) $(0,2)^{-2} : 5^3 - 0,2 = \dots$ f) Suma dintre opusul lui $\frac{3}{8}$ și inversul lui 0,5 este ...

5. Ordonați crescător: $\frac{-4}{3}$; $\frac{-6}{5}$; $-1,3(4)$.

6. Încadrați numărul dat între două numere întregi consecutive:

a) $\dots < -4,6(3) < \dots$ b) $\dots < \frac{-20}{7} < \dots$

**

7. Fie $A = \left\{ 0, (3)^{-1}; \frac{15}{-3}; -2^{-2}; (-1)^4; \frac{13}{6} \right\}$. Aflați elementele mulțimilor:

- a) $A \cap \mathbb{N} = \dots$ b) $A \cap \mathbb{Q} = \dots$ c) $A \cap \mathbb{Z} = \dots$ d) $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}) = \dots$

8. Aflați valoarea absolută a numărului $a = \frac{-8}{15} : \left[\left(\frac{7}{5} - 2,5 \right) \cdot 10 + 3 \right] - \frac{7}{30}$.

9. Să se determine elementele mulțimilor:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid x < \frac{23}{5} \right\} \quad B = \left\{ y \in \mathbb{N} \mid \frac{7}{2} < y < \frac{16}{3} \right\} \quad C = \left\{ z \in \mathbb{N} \mid \frac{19}{3} > z > \frac{27}{7} \right\}$$

Să se precizeze valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) „ $C \subset A$ ”; b) „ $A \cap C = \emptyset$ ”; c) „ $B \cap C = \emptyset$ ”; d) „ $A \cap B = \{4\}$ ”; e) „ $A \cup B = \{t \in \mathbb{N} \mid t < 6\}$ ”

10. Fie mulțimile: $A = \{w \in \mathbb{Z} \mid w \mid 6\}$ $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = w + 1, w \in A\}$

$$C = \left\{ y \in \mathbb{Z} \mid y = x^2 - 4, x \in B \right\} \quad D = \left\{ z \in \mathbb{N} \mid z + \frac{2}{5} \leq \frac{2(z+3)}{3} \right\}$$

Să se calculeze: a) $(A \cup B) \setminus C$; b) $(D \cap B) \cup (D \cap A)$; c) $(A \cap \mathbb{N}) \cap D$; d) $(A \setminus \mathbb{N}) \cap C$.

11. Calculați:

a) $\left| -\frac{1}{2} \right| + \left| \frac{5}{6} \right| =$ b) $\left| -1\frac{3}{4} \right| \cdot \left| -2 \right| - \left| -1\frac{1}{6} \right| =$ c) $\left| \frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right| : \left| -\frac{5}{6} \right| + (-2) \cdot \left| -\frac{1}{2} \right|^3 =$

d) $\left| 2,5 - \frac{3}{4} \right| \cdot \left| -2 \right| - \left| 1\frac{1}{6} \right| : \left| -7 \right|^{-1} =$ e) $(|-0, (3) \cdot (-2)| + |-0, 1(3)|) : 15^{-1} =$

f) $\left(\left| \frac{1}{-1 + \frac{1}{3}} \right|^2 - \left| -\frac{1}{2} \right|^3 - \left| \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right| \right) \cdot 18 =$ g) $\left| \frac{1}{-2 + \frac{1}{4} \cdot (-2)^{-1}} \right| \cdot \left| \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right|^3 =$

h) $\left| \left| \frac{2}{-3} \right| \cdot \left| -3,75 \right| : \left| \frac{-5 \cdot 2}{-7} + \frac{-1}{14} \right| \right| \cdot 19 =$

12. Completați cu răspunsul corect.

- a) $\frac{x+1}{5} = \frac{x-1}{4} \Rightarrow x = \dots$ b) $3, (3)x + 3,5 = x \Rightarrow x = \dots$
c) $\frac{x}{3} + \frac{1}{2} = \frac{x}{2} + \frac{1}{3} \Rightarrow x = \dots$ d) $2^{-1}x + 3^{-1}x = 15 \Rightarrow x = \dots$
e) Dacă două treimi din x este 8 $\Rightarrow x = \dots$ f) Dacă 40% din x este 12 $\Rightarrow x = \dots$

13. Rezolvați în $\mathbb{Q}$: a) $2x - \frac{x+1}{3} = 0,8 \Rightarrow x = \dots$

b) $0,8x + 2,3(2x+1) = 5x \Rightarrow x = \dots$ c) $0,4x - 2(1-3x) = 4x - 11,6 \Rightarrow x = \dots$

d) Aflați a dacă $\frac{-1}{2}$ este soluție a ecuației $(a+1)(x+3,5) = 2a+x$.

14. a) Aflați numărul soluțiilor naturale ale inecuației $x - \frac{x+1}{2} \leq 4$.

b) Rezolvați în $\mathbb{Z}$ inecuația $4 - 2(x+1) \leq x+11$.

15. Un număr este mai mic decât 3,6 cu tot atât cu cât este mai mare dublul lui decât 3,6. Aflați numărul.

16. O persoană a cheltuit în prima zi $\frac{2}{3}$ dintr-o sumă iar a doua zi cu 15 lei mai mult decât $\frac{2}{3}$ din rest. Știind că i-au mai rămas 17 lei, aflați ce sumă a avut la început.

17. Să se afle x :

- a) $\frac{5}{2x+1} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N}$ b) $\frac{5}{2x+1} \in \mathbb{Z}, x \in \mathbb{Z}$ c) $\frac{3}{x} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z}$ d) $\frac{15}{3x+2} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N}$
 e) $\frac{15}{3x+2} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z}$ f) $\frac{4}{|x|+1} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{Z}$ g) $\frac{36}{2^x+1} \in \mathbb{N}, x \in \mathbb{N}$

18. Fie $A = \left\{ x \in \mathbb{Z}^* \mid \frac{8}{x-2} \in \mathbb{Z} \right\}$ și $B = \left\{ y \in \mathbb{Z}^* \mid \frac{2y-1}{3} \leq -2 \right\}$. Să se afle: a) $A \cap B$; b) $A \setminus B$.

19. Aflați $x \in \mathbb{Z}$ dacă: a) $\frac{7}{2x+1} \in \mathbb{Z}$; b) $\frac{2x+1}{3x-5} \in \mathbb{Z}$

20. a) Fie mulțimea $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid (x+5) \mid (2x+3) \right\}$. Să se afle elementele mulțimii A .

b) Dacă $3a+3b=18$, să se calculeze $\frac{2(a-20)}{5} + \frac{b}{2} + \frac{a}{10}$.

21. Arătați că următoarele fracții sunt ireductibile oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$:

- a) $\frac{2}{2n+1}$ b) $\frac{3}{3n+2}$ c) $\frac{n}{n+1}$ d) $\frac{n+1}{3n+4}$ e) $\frac{3n+1}{5n+2}$ f) $\frac{4n+3}{9n+7}$ g) $\frac{4n+3}{6n+4}$

1.3. Recapitulare geometrie

1. Fie $\triangle ABC$ isoscel. Se construiesc $[AD] \equiv [AF]$ astfel încât $\sphericalangle DAB \equiv \sphericalangle FAC$, F și D în exteriorul $\triangle ABC$, $[AB] \equiv [AC]$, $BD \cap AC = \{N\}$, $FC \cap AB = \{M\}$. Să se arate că $\triangle BMO \equiv \triangle CNO$, unde $\{O\} = BD \cap FC$.

2. Fie $\triangle ABC$ isoscel $[AB] \equiv [AC]$, $AB=6$ cm. Se duce AD înălțime, $D \in [BC]$, $BD=3$ cm. Din D se duce paralela DE la AB , $E \in [AC]$. Să se afle măsurile unghiurilor $\triangle AED$.

3. În triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, BD este bisectoarea unghiului B . Aflați măsurile unghiurilor triunghiului ABC dacă $\sphericalangle ADB = 99^\circ$.

4. În triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, se știe că $BE \perp AC$, $E \in [AC]$, $\sphericalangle EBC = 20^\circ$. Aflați măsurile unghiurilor $\triangle ABC$.

5. Ce fel de triunghi este acela pentru care o bisectoare exterioară a unui unghi este paralelă cu latura opusă aceluși unghi?

6. Fie $\triangle ABC$, AD și CD bisectoare exterioare, $AD \cap BC = \{E\}$. Dacă $\sphericalangle CDE = 110^\circ$ și $\sphericalangle AEC = 30^\circ$, arătați că $\triangle ABC$ este isoscel.

7. Fie triunghiul isoscel ABC , $[AB] \equiv [AC]$, AE bisectoare interioară și CE bisectoare exterioară, $AE \cap BC = \{M\}$. Dacă $\sphericalangle CEA = 40^\circ$, să se afle măsurile unghiurilor $\triangle ABC$.

8. Să se demonstreze că, pentru un triunghi echilateral, oricare bisectoare exterioară este paralelă cu latura opusă.

9. În triunghiul dreptunghic ABC , $\sphericalangle B = 90^\circ$, se duce bisectoarea AE , $E \in [BC]$. Dacă $\sphericalangle AEC = 120^\circ$, aflați măsurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$.

10. Unghiul format de bisectoarele exterioare ale unghiurilor B și C din $\triangle ABC$ are măsura de 80° . Dacă $\sphericalangle B = 90^\circ$, aflați măsurile $\sphericalangle A$ și $\sphericalangle C$.
11. Arătați că paralela la BC dusă prin vârful A al $\triangle ABC$ isoscel, $[AB] \equiv [AC]$, este bisecatoare exterioară.
12. În triunghiul echilateral ABC , $AD \perp BC$, $DC = 4$ cm. Dacă E este mijlocul lui $[AB]$, aflați: a) perimetrul $\triangle ABC$; b) măsura $\sphericalangle BAD$; c) lungimea lui $[ED]$.
13. Într-un triunghi dreptunghic unghiurile sunt direct proporționale cu 1, 2 și 3. Știind că lungimea catetei celei mai mici este de 4 cm, aflați lungimile ipotenuzei și medianei corespunzătoare ei.
14. Aflați perimetrul triunghiului dreptunghic ABC cu $\sphericalangle B = 90^\circ$ în următoarele cazuri: a) $AB = 12$ cm și $BC = 16$ cm; b) $AC = 10$ cm și $BC = 8$ cm; c) $AC = 17$ cm și $AB = 15$ cm.
15. În triunghiul isoscel ABC se duce $MN \parallel AB$, $M \in [BC]$, $N \in [AC]$. Dacă $\sphericalangle NMB$ este 20% din $\sphericalangle ABC$, să se afle unghiurile $\triangle ABC$.
16. În exteriorul triunghiului isoscel ABC , $AB = AC$, cu $\sphericalangle ABC = 75^\circ$ se construiește triunghiul echilateral ACD . Aflați măsura unghiului ABD .
17. În triunghiul ABC se duce bisectoarea BD a $\sphericalangle ABC$, $D \in [AC]$, și $AE \perp BD$, $E \in [BC]$. Demonstrați că $AD = DE$.
18. În $\triangle ABC$ se știe că unghiurile B și C sunt complementare iar M este mijlocul lui $[BC]$. Dacă $\frac{\sphericalangle B}{\sphericalangle C} = \frac{7}{11}$ și $BC = 20$ cm, aflați: a) măsura $\sphericalangle MAC$; b) lungimea lui $[AM]$.
19. Fie triunghiul echilateral ABC cu $AB = 10$ cm în care $D \in [BC]$, $C \in [BD]$, $\sphericalangle CAD = 30^\circ$. Se consideră CE bisectoarea $\sphericalangle ACD$, $E \in [AD]$. a) Arătați că $CE \parallel AB$. b) Aflați măsura $\sphericalangle CED$. c) Arătați că E este mijlocul lui $[AD]$. d) Aflați lungimea lui $[CE]$.

1.4. Teste de evaluare inițială

Testul 1

- I. 1. Calculați: a) $(-4)^2 - 7 \cdot (-2) = \dots$; b) $-\frac{2}{3} \cdot 0, (3) - 1 \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \dots$
2. Dacă $1 - 2x = -3$ atunci x este: a) -1 b) 1 c) -2 d) 2
3. Dacă într-un triunghi dreptunghic mediana corespunzătoare ipotenuzei are 2,8 cm atunci ipotenuza are ... cm.
4. a) Dacă 20% din x este 2,3 atunci $x = \dots$ b) $[24; 28] = \dots$
5. Pe o hartă la scara 1:50000, distanța dintre două sate este 18 cm. Cât este distanța reală?
6. Dacă probabilitatea de a extrage un loz câștigător dintr-o cutie cu 150 lozuri este de $\frac{2}{25}$ atunci numărul lozurilor necâștigătoare este ...
7. Un triunghi isoscel cu un unghi de 150° are celelalte unghiuri egale cu ... $^\circ$.
8. Două unghiuri alterne interne sunt ...